DOI：10.16285/j.rsm.2016.0812

黏性土地基中竖向圆孔的极限稳定深度研究

闫澍旺[1, 2]，李 嘉[1, 2]，闫 玥[1, 2]，陈 浩[3]

（1. 天津大学 水利工程仿真与安全国家重点实验室，天津 300072；2. 天津大学 建筑工程学院，天津 300072；
3. 南洋理工大学 土木与环境工程学院，新加坡 639798）

摘 要：工程中经常遇到打设竖向圆孔的问题，在黏性土地基中打设竖向圆孔，需要知道无护壁措施条件下竖向圆孔的极限稳定深度。首先进行坡面竖直边坡的极限平衡分析，假设破坏面为过坡趾的平面滑动面，建立滑动体极限平衡方程，得出边坡的极限稳定高度，结果与 Taylor 圆弧滑动面分析方法的结果比较吻合；然后将平面滑动面扩展到轴对称的含圆柱体竖向孔地基极限平衡分析，假定破坏面为通过圆柱体竖向孔底边缘的倒圆台侧表面，建立滑动体的极限平衡状态方程，得到和土坡极限平衡解答统一的 $c_u/\gamma h$（c_u 为土体不排水抗剪强度，γ 为重度，h 为竖向孔深度）和 h/r（r 为竖向孔半径）关系，利用该关系可以分析地基中竖向圆孔的稳定，为地基中竖向孔的设计提供依据；通过数值方法建立竖向孔不同几何参数的数值模型，计算含竖向孔地基能够维持稳定的 $c_u/\gamma h$ 下限值，和倒圆台滑动体极限平衡解答符合较好，进一步验证了所提极限平衡分析方法的合理性。

关 键 词：黏性土地基；竖向圆孔；极限平衡法；极限稳定深度；数值分析

中图分类号：TU 443 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－7598 (2018)04－1176－06

Research on stable limit depth of vertical cylinder hole in cohesive soil ground

YAN Shu-wang[1, 2], LI Jia[1, 2], YAN Yue[1, 2], CHEN Hao[3]

（1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 3. School of Civil and Environmental Engineering, Nanyang Technological University, Singapore 639798, Singapore）

Abstract: Vertical circular holes are often encountered in practices. The limit depth of without supporting is important for a stable vertical cylinder hole in cohesive soil. Firstly, if the failure surface is planar and pass through the slope toe, the stable limit height of the slope can be obtained by limit equilibrium analysis of vertical slope, and compared with Taylor's results by circular sliding surface. Secondly, planar sliding surface is extended to the axisymmetric problem for vertical cylinder hole in cohesive soil. Assuming the failure surface is an inverted round estrade, and a relationship between $c_u/\gamma h$ and h/r can be solved by limit equilibrium analysis, and provide the basis in engineering design. Thirdly, vertical cylinder hole with different geometrical parameters are numerically modeled and the lower limiting values of $c_u/\gamma h$ are summarized. The results show that limit equilibrium method results coincided well with the numerical analysis results.

Keywords: cohesive soil ground; vertical cylinder hole; limit equilibrium method; stable limit depth; numerical analysis

1 引 言

工程中经常遇到在地基中打设竖向圆孔的问题，常见的如地质、石油、水文等的钻探勘察，灌注桩钻孔，水井打设等。孔壁破坏会对该类工程造成严重影响，延误工期、提高建设成本，且对后期工程（如桩基混凝土的浇筑）质量造成不利影响，因此，工程中通常都会采取泥浆护壁等措施使孔壁保持稳定[1]。

还有一类工程是允许和利用竖向孔出现较大变形。房屋纠偏工程中在建筑物倾斜相反一侧钻孔卸荷，解除地基侧向应力，使建筑基地反力重分布，从而调整建筑物的差异沉降[2]；地基中竖向打孔还可以用于减轻工程对周边环境的影响，如利用人工

收稿日期：2016-04-18
基金项目：国家自然科学基金(No. 41402263)；天津市自然科学基金重点项目(No. 13JCZDJC35300)。
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (41402263) and the Natural Science Foundation of Tianjin (No. 13JCZDJC35300).
第一作者简介：闫澍旺，男，1950 年生，硕士，教授，博士生导师，主要从事软土的工程性质方面的研究工作。E-mail: yanshuwang@tju.edu.cn
通讯作者：李嘉，男，1986 年生，博士研究生，主要从事软土的工程性质方面的研究。E-mail: li_jia@tju.edu.cn

冻土技术进行特殊地质条下深基坑的围护时，采用卸荷孔来减小冻胀对围护结构的影响[3]，与之相似，较大面积的较大地面堆载会对周围敏感建筑造成影响，卸荷孔是一种广泛应用的减轻周边环境影响的工程措施。

对于通过在地基中设置竖向孔降低在建工程对周边影响的工程，含竖向孔地基的稳定是竖向孔发挥其作用的前提，竖向孔的几何参数、地基土体的强度参数等均可能对地基的稳定产生影响，因此，便需要确定含竖向孔地基能够维持稳定的条件，以便工程中采用合理的设计。

本文主要研究黏性土地基中，土体不排水条件下竖向圆孔的极限稳定深度问题。由于黏性土的渗透性很小，且主要关注成孔后的短期稳定，因此，未考虑渗流的影响。

首先分析了坡面竖直的平面应变条件下边坡的稳定，假设破坏面为过坡趾的平面滑动面，建立滑动体的极限平衡方程，分析了垂直边坡能够维持稳定的最大高度与土性的关系，和 Taylor 圆弧滑动面分析方法结果[4−5]对比比较吻合；然后将平面应变条件下的平面滑动面扩展到轴对称的含圆柱体竖向孔地基极限平衡分析，假定破坏面为通过圆柱体竖向孔底边缘的倒圆台侧表面，建立滑动体的极限平衡方程，得到土体不排水强度 c_u、重度 γ（用 $c_u/\gamma h$ 表征）和圆孔半径 r、圆孔极限稳定深度 h（用 h/r 表征）之间的关系；并与有限元分析结果进行了比较。

2　坡面竖直边坡的稳定分析

土坡的稳定是土力学中的经典课题[6]，极限平衡法是目前工程实践中广泛采用的分析方法，假定土坡破坏时沿土体内某一确定的滑裂面滑动，将滑动体视为刚体，根据滑动土体静力平衡条件计算沿该滑动面的安全系数；变换假设的滑动面，按照上述方法进行多个可能的滑裂面的计算，安全系数最小的滑裂面就是最可能产生破坏的滑动面。

2.1　Taylor 圆弧面滑动法

土坡的长度一般远大于其宽度，因此，可以按照平面应变问题来研究，即沿长度方向选单位长度计算，典型的土坡横截面如图 1 所示。

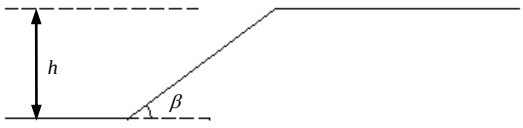


图 1　土坡截面示意图
Fig.1　The cross section of slope

图中土坡坡角为 β，坡高为 h，根据土体极限平衡理论可推导出均质黏性土坡滑动面为对数螺旋线，其形状近似圆柱面，即滑裂面近似为圆弧。Taylor[4]考虑了土坡底的硬层，计算了不同滑裂面土坡的稳定，得到土体抗剪强度指标 c 和 φ、重度 γ、以及边坡坡角 β 和坡高 h 的关系，用图表的形式表达了计算成果供工程人员查阅，如图 2 所示，图中纵坐标为 $c/\gamma h$，横坐标为坡角 β，φ_d 为土体内摩擦角，D 为滑动面深度与坡高的比值，n 为滑动面距坡脚水平距离与坡高的比值。

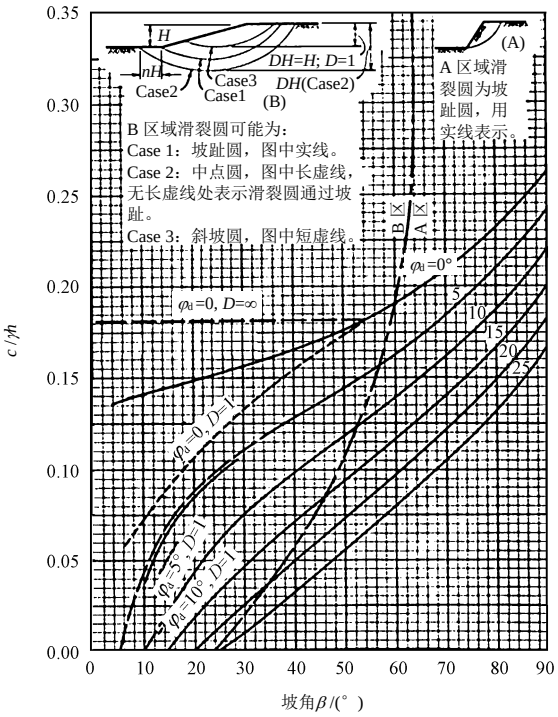


图 2　Taylor 圆弧滑动面法稳定因数
Fig.2　The stability numbers of Taylor method

对于坡面竖直（坡角 β=90°）的边坡，可从图 2 中查得极限状态下 $c/\gamma h$ 值。如对于土体内摩擦角 φ=0 的边坡，$c/\gamma h$ 值约为 0.27，进而可以根据土体抗剪强度指标 c 和重度 γ 计算边坡竖直开挖能保持稳定的最大高度 h。

2.2　平面滑动面法

对坡面直立的边坡，采用平面滑动面进行分析，相对圆弧滑动面法，由于不再需要假设滑动体的圆心位置和滑动面半径，可极大地简化计算，但其计算结果的误差需要经过计算并和圆弧滑动面比较。

由图 2 可知，坡面竖直的边坡滑裂面均通过坡趾，因此，在平面滑动面分析中可假设直线滑裂面通过坡趾。平面滑动面分析坡面竖直边坡的受力分析如图 3 所示，该图为坡面竖直边坡的横截面，可

代表单位长度的边坡，图中虚线为假设的平面滑动面，与坡面夹角用 θ 表示。

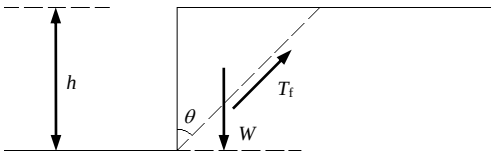


图 3 坡面直立边坡极限平衡分析

Fig.3 Limit equilibrium analysis for vertical slope

图中虚线所示平面滑动面以上土体为滑动体，其重力为 W，滑动体受到的抗滑力为土体抗剪强度与滑动面长度 l 的乘积。

实际工程中各种失稳破坏多数是由于不利因素的累积导致的突然性的破坏，而并不是缓慢发生，破坏过程更接近于不排水破坏，即发生一定程度的排水固结后产生了不排水破坏，因此，抗剪强度应取通过十字板剪切试验确定的原位不排水强度或通过不排水剪切试验确定的当前状态下的不排水强度指标 c_{u}。

根据图 3 中几何关系，抗滑力可表示为

$$T_{\mathrm{f}} = lc_{\mathrm{u}} = \frac{h}{\cos\theta}c_{\mathrm{u}} \tag{1}$$

滑动体受到的下滑力为滑动体重力沿直线滑裂面向下的分量，可表示为

$$T_{\mathrm{s}} = W\cos\theta = \frac{1}{2}h^2\tan\theta\gamma\cos\theta \tag{2}$$

边坡沿假设的平面滑裂面产生滑动时滑动体处于极限平衡状态，即

$$T_{\mathrm{f}} = T_{\mathrm{s}} \tag{3}$$

将式（1）和式（2）代入式（3）：

$$\frac{h}{\cos\theta}c_{\mathrm{u}} = \frac{1}{2}h^2\tan\theta\gamma\cos\theta \tag{4}$$

为了和 Taylor 圆弧滑动面结果的表示一致，可对式（4）进行数学变换，得到如下表达式：

$$\frac{c_{\mathrm{u}}}{\gamma h} = \frac{1}{4}\sin 2\theta \tag{5}$$

当 θ =45°时，$c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 取得最大值 0.25，即平面滑动面假设下坡面直立土坡的极限稳定高度，该结果和 Taylor 圆弧滑动面得到的结果 0.27 非常接近，因此可得结论，采用平面滑动面进行坡面直立土坡的极限平衡分析是可行的。

3 含圆柱体竖向孔地基极限平衡分析

3.1 倒圆台滑动面极限平衡分析

同样采用上述极限平衡法进行含圆柱体竖向孔地基的稳定分析，假设滑动面为较小底面为孔底的倒圆台体的侧表面。含圆柱体竖向孔地基是典型的轴对称问题，对称轴为圆柱体竖向孔的轴线。图 4 为过圆柱体竖向孔轴线 Oz 的截面，轴线 Oz 左右两侧可看做两个坡面竖直的土坡，孔壁可看作竖直的坡面，则该截面上滑裂面可假设为过竖向孔底边缘的直线，如图 4 中虚线所示，滑动面和孔壁夹角用 θ 表示。

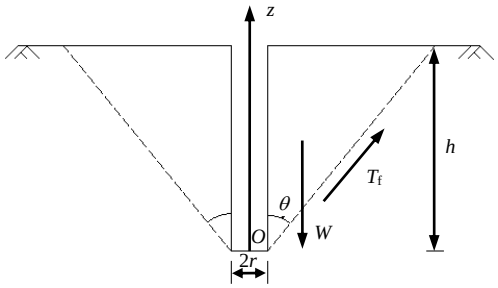


图 4 含竖向孔地基中心截面受力分析

Fig.4 The stress analysis of foundation with vertical hole

该截面上滑动面沿圆柱体竖向孔轴线旋转，即得到三维的滑动体，如图 5 所示，滑动体为中央为圆柱竖向孔的倒圆台，滑动面为倒圆台的侧表面。

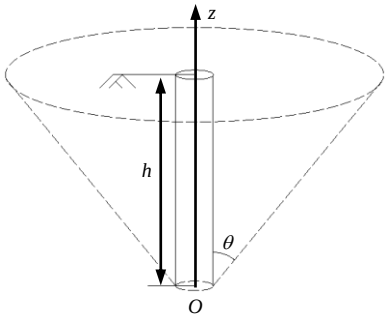


图 5 倒圆台滑动体示意图

Fig.5 The sliding mass in shape of inverted round estrade

对图 4 所示过圆柱体竖向孔轴线的截面，圆柱体竖向孔半径为 r，深度为 h，轴线 Oz 左右两侧采用平面滑动面法按照坡面竖直的土坡问题进行分析，该截面绕轴线 Oz 旋转即得到图 5 轴对称的含竖向孔地基极限平衡解答。

倒圆台滑动体受到的抗滑力为倒圆台侧表面面积和土体强度的乘积，可通过积分[7]得到，表示为

$$T_{\mathrm{f}}=Ac_{\mathrm{u}}=\int_0^h\frac{r+z\tan\theta}{\cos\theta}\mathrm{d}z\int_0^{2\pi}d\beta c_{\mathrm{u}}=\frac{2\pi rh+\pi\tan\theta h^2}{\cos\theta}c_{\mathrm{u}} \tag{6}$$

滑动体受到的下滑力为滑动体重力沿线滑裂面向下的分量，滑动体为图 4 截面上直线滑动面绕 Oz 轴旋转的旋转体，可按照旋转体体积积分公式表示为

$$T_{\mathrm{s}}=W\cos\theta=V\gamma\cos\theta=\int_0^h\left[\pi\left(r+z\tan\theta\right)^2-\pi r^2\right]\mathrm{d}z=\left(\pi h^2r\tan\theta+\frac{1}{3}\pi h^3\tan^2\theta\right)\gamma\cos\theta \tag{7}$$

含竖向孔地基沿假设的倒圆台侧表面产生滑动时，滑动体处于极限平衡状态，式（3）仍然成立，将式（6）和式（7）代入式（3），通过数学变换和 Taylor 圆弧滑动面结果的表达一致，即

$$\frac{c_{\mathrm{u}}}{\gamma h}=\frac{\cos^2\theta}{3}\frac{3\tan\theta+\dfrac{h}{r}\tan^2\theta}{2+\dfrac{h}{r}\tan\theta} \tag{8}$$

式（8）表明，含圆柱体竖向孔地基沿假设的滑动面处于极限平衡状态时的 $c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 值与滑动面与孔壁夹角 θ、圆柱体竖向孔的深度 h 和半径 r 之比有关。

3.2　倒圆台滑动面极限平衡解答分析

根据式（8），$c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 是 h/r 和 θ 的函数。考虑当 $h/r\to0$ 时的极限情况，孔具有一定深度时即 $r\to\infty$，孔的半径相对于孔深很大，以至于孔的三维效应可以忽略，那么图 4 所示截面两侧的土坡就和平面应变土坡问题完全相同，此时倒圆台滑动体的极限平衡分析应该得到和平面应变土坡极限平衡分析相同的结论，即式（5）和式（8）应当在 $r\to\infty$时得到统一的解答，这一点可以验证倒圆台滑动体极限平衡解答的合理性。

求式（8）在 $r\to\infty$时 $c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 的极限为

$$\lim_{r\to\infty}\frac{c_{\mathrm{u}}}{\gamma h}=\lim_{r\to\infty}\frac{\cos^2\theta}{3}\frac{3\tan\theta+\dfrac{h}{r}\tan^2\theta}{2+\dfrac{h}{r}\tan\theta}=\frac{1}{4}\sin2\theta \tag{9}$$

式（9）和式（5）相同，即在 $h/r\to0$ 时，含圆柱体竖向孔地基倒圆台滑裂面极限平衡分析和平面应变土坡极限平衡分析具有统一的解答，且在 θ=45°取得最大值 0.25，和 Taylor 圆弧滑动面法结果非常接近，表明通过倒圆台滑动面法进行含竖向孔地基的极限平衡分析是合理的。

同样可以计算孔深 h 为定值，而竖向孔 $r\to0$，即 $h/r\to\infty$时 $c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 的极限为

$$\lim_{r\to0}\frac{c_{\mathrm{u}}}{\gamma h}=\lim_{r\to0}\frac{\cos^2\theta}{3}\frac{3r\tan\theta+h\tan^2\theta}{2r+h\tan\theta}=\frac{1}{6}\sin2\theta \tag{10}$$

同样在 θ=45°取得最大值，最大值为 0.16。

式（9）和式（10）分别代表 $h/r\to0$ 和 $h/r\to\infty$ 两种极限情况，$c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 均在 θ=45°时取得最大值，式（8）是普遍情况的表达，但该式函数关系较为复杂，做该函数图象如图 6 所示。

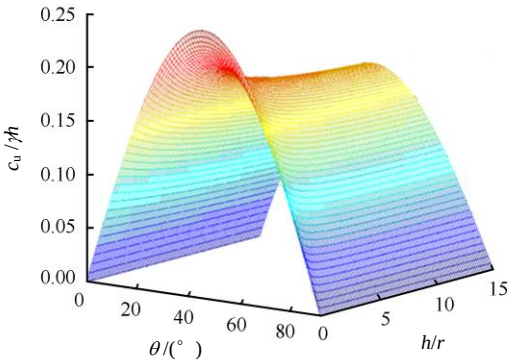


图 6　倒圆台滑动面极限平衡解答函数曲面

Fig.6　Surface of limit equilibrium method solution function

由图可以看出 $c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 和 θ、h/r 的关系具有如下规律：

（1）当 h/r 确定时，$c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 随 θ 单调性基本相同，在 θ 约为 45°时取得最大值。

（2）当 θ 确定时，$c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 随 h/r 单调性基本相同，在 $h/r\to0$ 时取得最大值，在 $h/r\to\infty$时取得最小值，且 $c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 随 h/r 单调递减很快趋于定值，当 h/r=10 时为 0.18，基本已等于 $h/r\to\infty$的数值 0.16。

根据上述分析，当竖向孔 h/r 取不同值时，$c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 均在 θ 约为 45°时取得最大值，即竖向孔到达极限稳定深度破坏时滑动面与孔壁的夹角均为 45°，因此，可令 θ=45°，将式（8）简化为

$$\frac{c_{\mathrm{u}}}{\gamma h}=\frac{1}{6}\left(1+\frac{1}{2+h/r}\right) \tag{11}$$

式（11）表达的 $c_{\mathrm{u}}/\gamma h$ 随 h/r 关系曲线如图 7 所示，该曲线即为图 6 曲面和 θ=45°平面相交曲线。

简化后的式（11）或图 7 可用来分析黏性土地基中竖向圆孔的极限稳定深度，进而指导工程设计采取相应的措施：

（1）当地基中圆柱体竖向孔的深度 h 和半径 r

确定时，代入式（11）计算 $c_u/\gamma h$ 值，即含竖向孔地基能维持稳定的最小值 $(c_u/\gamma h)_{min}$，实际工程中根据土体强度参数 c_u 和重度 γ 计算 $c_u/\gamma h$ 值，和 $(c_u/\gamma h)_{min}$ 比较，若实际工程 $c_u/\gamma h$ 大于 $(c_u/\gamma h)_{min}$，则含竖向孔地基能保持稳定，否则地基可能发生破坏，应采取一定工程措施保持竖向孔的稳定。

（2）当地基中圆柱体竖向孔的深度 h 确定时，可根据土体抗剪强度参数 c_u、重度 γ 和孔深 h 确定圆柱体竖向孔的深度和半径之比 h/r 的最大值，进而确定圆柱体竖向孔的最大半径。

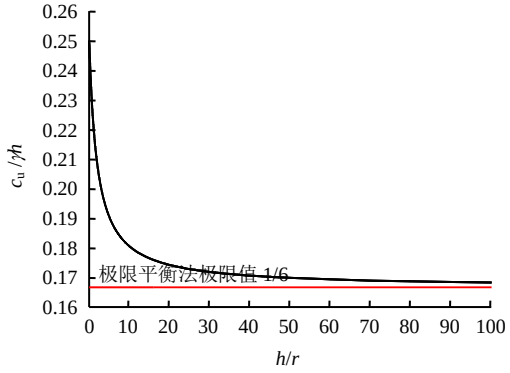


图 7 竖向孔极限稳定深度的极限平衡解答

Fig.7 Vertical hole limit depth by limit equilibrium method

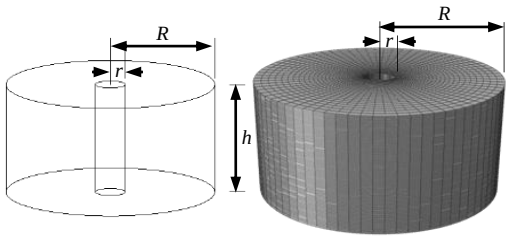
4 数值模型验证

以强度折减法为基础的数值方法在边坡稳定性分析中得到了广泛应用[8]，针对边坡失稳时滑体由稳定静止状态变为运动状态，同时产生很大的且无限发展的位移的特征，该方法定义土体所能提供的最大抗剪强度和土体内实际剪应力之比为抗剪强度折减系数 F_{trail}，数值计算中通过强度折减使边坡达到极限破坏状态，在极限状态下，土体中实际剪应力与土体按照实际强度指标折减后的抗剪强度指标相等。

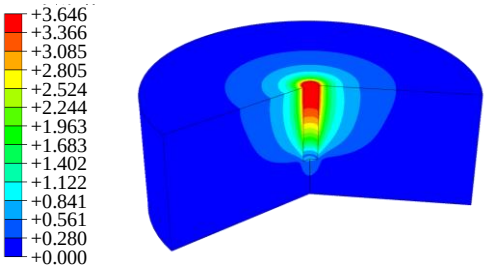
数值计算时失稳判据主要有 3 类，即数值迭代不收敛判据、特征部位位移突变判据、广义塑性应变或等效塑性应变贯通判据，刘金龙等[9]经过对比分析认为，有限元数值计算的收敛性作为失稳判据在某些情况下所得到的安全系数可能误差较大，而采用特征部位位移的突变性或塑性区的贯通性作为失稳判据所得到的边坡安全系数与 Spencer 极限平衡法的计算结果比较接近。

采用大型通用有限元软件 Abaqus 建立含不同深径比（h/r）的圆柱体竖向孔的地基模型，如图 8(a)所示，地基中圆柱体竖向孔的半径 r 均为 1 m，而深度 h 变化，地基半径 R 为 $2h$，模型外侧约束水平向位移，底面约束竖向位移。地基土体密度为 1 900 kg/m^3，初始不排水抗剪强度设为某个较大的值，将重力施加于土体，得到重力荷载作用下的应力场，然后对不排水抗剪强度进行折减，综合竖向孔孔壁顶端和底端点位移突变为稳定判据，从而根据此时折减系数计算得到极限状态下土体的抗剪强度指标。值得说明的是，数值计算中若抗剪强度折减系数增幅过大，有可能跳过失稳的临界点，如 F_{trail} 为 1.2 时处于稳定状态，而下一步计算 F_{trail} 取 1.4，特征点已产生位移突变，这时为了得到比较精确的折减系数，就需要通过试算调整抗剪强度折减系数的增幅。

采用上述方法分别计算竖向孔 h/r 变化范围为 0.5～15 时含竖向孔地基能够维持稳定的 $c_u/\gamma h$ 下限值，并用增量位移判断的地基竖向孔附近滑动面如图 8(b)所示。



(a) 数值计算模型



(b) 滑动面（h/r =10）

图 8 含竖向孔地基数值计算模型和计算结果

Fig.8 The numerical calculation model and results of foundation with vertical hole

汇总竖向孔不同几何参数时极限状态下地基土体 $c_u/\gamma h$ 值如表 1 所示。

理论方法的假设使复杂的问题简单化，原理明确，但也因此不能考虑现实情况中假设条件之外因素的影响，有限元方法可以更好地反映实际工况，综合反映多种因素的影响，如土拱效应、孔壁处的应力集中等，通过将理论方法和有限元计算结果对比，可验证理论结果的合理性。

将表 1 中 $c_u/\gamma h$ 下限值和 h/r 关系与式（11）对比，如图 9 所示。

表 1　数值计算参数和结果

Table 1　Numerical calculation parameters and results

竖向孔几何参数		极限状态土体参数	
h /m	h/r	c_u /kPa	$c_u/\gamma h$
0.5	0.5	2.3	0.242 1
1.0	1.0	4.3	0.226 3
1.5	1.5	6.1	0.214 0
2.0	2.0	8.0	0.210 5
3.0	3.0	11.5	0.201 8
4.0	4.0	15.0	0.197 4
5.0	5.0	18.0	0.189 5
6.0	6.0	21.0	0.184 2
7.0	7.0	24.0	0.180 5
8.0	8.0	28.0	0.184 2
9.0	9.0	31.0	0.181 3
10.0	10.0	34.0	0.179 0
11.0	11.0	37.0	0.177 0
12.0	12.0	39.0	0.175 4
13.0	13.0	44.0	0.178 1
14.0	14.0	46.0	0.172 9
15.0	15.0	49.0	0.171 9

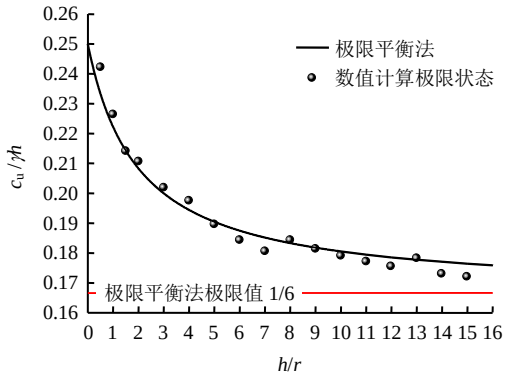


图 9　竖向孔极限稳定深度的极限平衡理论法和数值计算对比

Fig.9　The comparison between limit equilibrium method and numerical analysis subject to ultimate stable depth of vertical hole

5　结　论

（1）分析了垂直边坡的稳定，假设破坏面为过坡趾的平面滑动面，建立滑动体的极限平衡方程，分析了垂直边坡的极限稳定深度与土性、竖向孔几何参数的关系，和 Taylor 用圆弧滑动面分析方法结果比较吻合，表明平面滑动面法可用来分析垂直边坡的极限稳定高度问题。

（2）将平面应变条件下的平面滑动面分析方法扩展到轴对称的含圆柱体竖向孔地基极限平衡分析，假定破坏面为通过圆柱体竖向孔底边缘的倒圆台侧表面，建立滑动体的极限平衡方程，得到土体参数 $c_u/\gamma h$ 和圆孔极限稳定深度 h/r 之间的关系，并与有限元分析结果进行了比较，吻合较好，表明倒圆台滑动面分析黏性土地基中竖向圆孔的极限稳定深度是合理的。

（3）圆孔半径趋于无穷时，倒圆台极限平衡解与平面应变解相同，也间接证明了解的合理性。

（4）采用倒圆台滑动面进行极限平衡分析得到的地基中竖向圆孔的极限稳定深度规律可用来指导工程设计。

参 考 文 献

[1] 赵春风, 陈洪祥, 赵程, 等. 考虑卸荷效应钻孔灌注桩孔径时空变化规律研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 1): 573－576.
ZHAO Chun-feng, CHEN Hong-xiang, ZHAO Cheng, et al. Research on change law of hole diameter over time and space in drilling cast-in-place piles considering unloading effect[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Supp.1): 573－576.

[2] 张翠强, 付磊, 张启豪, 等. 某六层砌体结构房屋纠偏设计与施工实例[J]. 结构工程师, 2009, 25(6): 123－127.
ZHANG Cui-qiang, FU Lei, ZHANG Qi-hao, et al. An example of rectification of design and construction for a six-story masonry building[J]. **Structural Engineers**, 2009, 25(6): 123－127.

[3] 黄建华. 考虑卸压孔卸荷作用的人工冻土冻胀特性研究[J]. 工程力学, 2010, 27(12): 141－148.
HUANG Jian-hua. Research on frost heaving characteristics of artificial frozen soil based on unloading effect by discharge holes[J]. **Engineering Mechanics**, 2010, 27(12): 141－148.

[4] TAYLOR D W. Stability of earth slopes[M]. [S.l.]: Boston Society of Civil Engineers, 1937.

[5] CRAIG R F. Craig's soil mechanics[M]. New York, USA: Spon Press, 2004.

[6] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2003.
CHEN Zu-yu. Soil slope stability analysis—Theory, methods and programs[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2003.

[7] 埃伯哈德·蔡德勒. 数学指南——实用数学手册[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
EBERHARD ZEIDLER. Taschenbuch der mathematik[M]. Beijing: Science Press, 2012.

[8] 李宁, 许建聪. 基于场变量的边坡稳定分析有限元强度折减法[J]. 岩土力学, 2012, 33(1): 314－318.
LI Ning, XU Jian-cong. Strength reduction FEM for slope stabil ity analysis based on field variable[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(1): 314－318.

[9] 刘金龙, 栾茂田, 赵少飞, 等. 关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. 岩土力学, 2005, 26(8): 1345－1348.
LIU Jin-long, LUAN Mao-tian, ZHAO Shao-fei, et al. Discussion on criteria for evaluating stability of slope in elastoplastic FEM based on shear strength reduction technique[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(8): 1345－1348.